第 18 講　積分の基礎

18

［A］　次の不定積分を求めよ．ただし，a は正の定数である．また，積分定数には C を用いよ．

(1) $\displaystyle\int \sqrt[3]{4x+1}\,dx$

(2) $\displaystyle\int (\sqrt{x}+x)^2 dx$

(3) $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{2x-1}}dx$

(4) $\displaystyle\int \sin 2x \sin 3x\,dx$

(5) $\displaystyle\int \left(\tan x+\frac{1}{\tan x}\right)^2 dx$

(6) $\displaystyle\int \frac{dx}{e^x+1}$

(7) $\displaystyle\int \frac{x^3}{x^2+1}dx$

(8) $\displaystyle\int \frac{dx}{\tan x}$

(9) $\displaystyle\int x\sqrt{a^2-x^2}\,dx$

［B］　次の不定積分を求めよ．ただし，積分定数には C を用いよ．

(1) $\displaystyle\int \frac{x^4}{x^2-3x+2}dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{x^2-2}{x(x+1)(x-2)}dx$

(3) $\displaystyle\int \frac{2x+6}{(x+1)^2(x^2+3)}dx$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　積分の基礎

18　次の不定積分を求めよ．ただし，積分定数には C を用いよ．

(1) $\displaystyle\int(2x+1)\sqrt{x+2}\,dx$

(2) $\displaystyle\int\frac{dx}{e^x-e^{-x}}$

(3) $\displaystyle\int\frac{\tan^2 x}{\cos^2 x}dx$

(4) $\displaystyle\int\frac{3x^3-4}{x^3-2x-4}dx$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 18 講　積分の基礎

18

［A］ 次の不定積分を求めよ．ただし，a は正の定数である．また，積分定数には C を用いよ．

(1) $\displaystyle\int\sqrt[3]{4x+1}\,dx$

(2) $\displaystyle\int(\sqrt{x}+x)^2dx$

(3) $\displaystyle\int\frac{x^2}{\sqrt{2x-1}}dx$

(4) $\displaystyle\int\sin 2x\sin 3x\,dx$

(5) $\displaystyle\int\left(\tan x+\frac{1}{\tan x}\right)^2dx$

(6) $\displaystyle\int\frac{dx}{e^x+1}$

(7) $\displaystyle\int\frac{x^3}{x^2+1}dx$

(8) $\displaystyle\int\frac{dx}{\tan x}$

(9) $\displaystyle\int x\sqrt{a^2-x^2}\,dx$

［B］ 次の不定積分を求めよ．ただし，積分定数には C を用いよ．

(1) $\displaystyle\int\frac{x^4}{x^2-3x+2}dx$

(2) $\displaystyle\int\frac{x^2-2}{x(x+1)(x-2)}dx$

(3) $\displaystyle\int\frac{2x+6}{(x+1)^2(x^2+3)}dx$

【答】 ［A］ (1) $\dfrac{3}{16}(4x+1)^{\frac{4}{3}}+C$　(2) $\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{4}{5}x^2\sqrt{x}+\dfrac{1}{3}x^3+C$

(3) $\dfrac{1}{20}(2x-1)^{\frac{5}{2}}+\dfrac{1}{6}(2x-1)^{\frac{3}{2}}+\dfrac{1}{4}(2x-1)^{\frac{1}{2}}+C$　(4) $-\dfrac{1}{10}\sin 5x+\dfrac{1}{2}\sin x+C$

(5) $\tan x-\dfrac{1}{\tan x}+C$　(6) $\log\dfrac{e^x}{e^x+1}+C$　(7) $\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}\log(x^2+1)+C$

(8) $\log|\sin x|+C$　(9) $-\dfrac{1}{3}(a^2-x^2)^{\frac{3}{2}}+C$

［B］ (1) $\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{3}{2}x^2+7x-\log|x-1|+16\log|x-2|+C$　(2) $\dfrac{1}{3}\log\left|\dfrac{x^3(x-2)}{x+1}\right|+C$

(3) $\dfrac{1}{2}\log\dfrac{(x+1)^2}{x^2+3}-\dfrac{1}{x+1}+C$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

【解説】

［A］ (1) $\displaystyle\int\sqrt[3]{4x+1}\,dx=\int(4x+1)^{\frac{1}{3}}dx=\frac{3}{4}(4x+1)^{\frac{4}{3}}\cdot\frac{1}{4}+C=\boldsymbol{\frac{3}{16}(4x+1)^{\frac{4}{3}}+C}$

(2) $\displaystyle\int(\sqrt{x}+x)^2dx=\int\left(x+2x^{\frac{3}{2}}+x^2\right)dx=\boldsymbol{\frac{1}{2}x^2+\frac{4}{5}x^2\sqrt{x}+\frac{1}{3}x^3+C}$

(3) $\displaystyle\int\frac{x^2}{\sqrt{2x-1}}dx=\int\frac{\frac{1}{4}(2x-1)^2+\frac{1}{2}(2x-1)+\frac{1}{4}}{\sqrt{2x-1}}dx$

$\displaystyle=\int\left\{\frac{1}{4}(2x-1)^{\frac{3}{2}}+\frac{1}{2}(2x-1)^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{4}(2x-1)^{-\frac{1}{2}}\right\}dx$

$\displaystyle=\boldsymbol{\frac{1}{20}(2x-1)^{\frac{5}{2}}+\frac{1}{6}(2x-1)^{\frac{3}{2}}+\frac{1}{4}(2x-1)^{\frac{1}{2}}+C}$

(4) $\displaystyle\int\sin 2x\sin 3x\,dx=\int\frac{-\cos(2x+3x)+\cos(2x-3x)}{2}dx$

$\displaystyle=\int\left(-\frac{1}{2}\cos 5x+\frac{1}{2}\cos x\right)dx=\boldsymbol{-\frac{1}{10}\sin 5x+\frac{1}{2}\sin x+C}$

(5) $\displaystyle\int\left(\tan x+\frac{1}{\tan x}\right)^2dx=\int\left(\tan^2x+\frac{1}{\tan^2x}+2\right)dx$

$\displaystyle=\int\left(\frac{1}{\cos^2x}+\frac{1}{\sin^2x}\right)dx=\boldsymbol{\tan x-\frac{1}{\tan x}+C}$

(6) $\displaystyle\int\frac{dx}{e^x+1}=\int\left(1-\frac{e^x}{e^x+1}\right)dx=x-\log(e^x+1)+C=\boldsymbol{\log\frac{e^x}{e^x+1}+C}$

(7) $\displaystyle\int\frac{x^3}{x^2+1}dx=\int\left(x-\frac{1}{2}\frac{2x}{x^2+1}\right)dx=\boldsymbol{\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}\log(x^2+1)+C}$

(8) $\displaystyle\int\frac{dx}{\tan x}=\int\frac{\cos x}{\sin x}dx=\boldsymbol{\log|\sin x|+C}$

(9) $\displaystyle\int x\sqrt{a^2-x^2}\,dx=\int\left(-\frac{1}{2}\right)(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}(a^2-x^2)'dx=\boldsymbol{-\frac{1}{3}(a^2-x^2)^{\frac{3}{2}}+C}$

［B］ (1) $\displaystyle\int\frac{x^4}{x^2-3x+2}dx=\int\left(x^2+3x+7+\frac{15x-14}{x^2-3x+2}\right)dx$

$\displaystyle=\int\left(x^2+3x+7-\frac{1}{x-1}+\frac{16}{x-2}\right)dx$

$\displaystyle=\boldsymbol{\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+7x-\log|x-1|+16\log|x-2|+C}$

(2) $\displaystyle\int\frac{x^2-2}{x(x+1)(x-2)}dx=\int\frac{1}{3}\left(\frac{3}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-2}\right)dx=\boldsymbol{\frac{1}{3}\log\left|\frac{x^3(x-2)}{x+1}\right|+C}$

(3) $\displaystyle\int\frac{2x+6}{(x+1)^2(x^2+3)}dx=\int\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{x}{x^2+3}\right)dx$

$\displaystyle=\log|x+1|-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{2}\log(x^2+3)+C$

$\displaystyle=\boldsymbol{\frac{1}{2}\log\frac{(x+1)^2}{x^2+3}-\frac{1}{x+1}+C}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　積分の基礎

18　次の不定積分を求めよ．ただし，積分定数には C を用いよ．

(1)　$\displaystyle\int(2x+1)\sqrt{x+2}\,dx$

(2)　$\displaystyle\int\frac{dx}{e^x-e^{-x}}$

(3)　$\displaystyle\int\frac{\tan^2 x}{\cos^2 x}dx$

(4)　$\displaystyle\int\frac{3x^3-4}{x^3-2x-4}dx$

【答】　(1)　$\displaystyle\frac{4}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}}-2(x+2)^{\frac{3}{2}}+C$　(2)　$\displaystyle\frac{1}{2}\log\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right|+C$　(3)　$\displaystyle\frac{1}{3}\tan^3 x+C$

(4)　$\displaystyle 3x+\log\frac{(x-2)^2}{x^2+2x+2}+C$

【解説】

(1)　$\displaystyle\int(2x+1)\sqrt{x+2}\,dx=\int\{2(x+2)-3\}\sqrt{x+2}\,dx$

$$=\int\left\{2(x+2)^{\frac{3}{2}}-3(x+2)^{\frac{1}{2}}\right\}dx=\boldsymbol{\frac{4}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}}-2(x+2)^{\frac{3}{2}}+C}$$

(2)　$\displaystyle\int\frac{dx}{e^x-e^{-x}}=\int\frac{e^x}{e^{2x}-1}dx=\int\frac{1}{2}\left(\frac{e^x}{e^x-1}-\frac{e^x}{e^x+1}\right)dx=\boldsymbol{\frac{1}{2}\log\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right|+C}$

(3)　$\displaystyle\int\frac{\tan^2 x}{\cos^2 x}dx=\int(\tan x)^2(\tan x)'dx=\boldsymbol{\frac{1}{3}\tan^3 x+C}$

(4)　$\displaystyle\int\frac{3x^3-4}{x^3-2x-4}dx=\int\left(3+\frac{6x+8}{x^3-2x-4}\right)dx$

$$=\int\left\{3+\frac{6x+8}{(x-2)(x^2+2x+2)}\right\}dx=\int\left(3+\frac{2}{x-2}-\frac{2x+2}{x^2+2x+2}\right)dx$$

$$=3x+2\log|x-2|-\log(x^2+2x+2)+C=\boldsymbol{3x+\log\frac{(x-2)^2}{x^2+2x+2}+C}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。